СТРУКТУРНАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ В МГД ТЕЧЕНИЯХ

В.П. Нартов, Х.И. Христов

В последнее время сильно возрос интерес к изучению стохастических режимов течений, и появилось множество теоретических подходов. Как известно, турбулентность в вязкой жидкости есть сугубо трехмерное течение, что создает трудности на пути теоретических исследований тонкой стохастической структуры. Одной из моделей, в которых может быть реализована двумерная турбулентность, являются МГД течения. В [I] показано, что достаточно сильное магнитное поле подавляет пульсации скорости в направлении силовых линий, т.е. турбулентность в МГД течении - существенно двумерная.

Уравнение, описывающее плоский слой смешения вязкой электропроводной жидкости в однородном магнитном поле, перпендикулярном плоскости течения (см. рис. I) не отличается от уравнения Навье-Стокса (см. [2]).

$$\frac{\partial\Delta\psi}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\cdot\frac{\partial\Delta\psi}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial\Delta\psi}{\partial y}=\nu\Delta\Delta\psi. \tag{I}$$

Разобьем функцию тока ψ на осредненную и пульсационную составляющие

$$\frac{\partial\Delta\bar\psi}{\partial t}+\frac{\partial\bar\psi}{\partial y}\cdot\frac{\partial\Delta\bar\psi}{\partial x}-\frac{\partial\bar\psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial\Delta\bar\psi}{\partial y}=\nu\Delta\Delta\bar\psi-\left\langle\frac{\partial\psi'}{\partial y}\cdot\frac{\partial\Delta\psi'}{\partial x}-\frac{\partial\psi'}{\partial x}\cdot\frac{\partial\Delta\psi'}{\partial y}\right\rangle. \tag{2}$$

$$\frac{\partial\Delta\psi'}{\partial t}+\frac{\partial\bar\psi}{\partial y}\cdot\frac{\partial\Delta\psi'}{\partial x}+\frac{\partial\psi'}{\partial y}\cdot\frac{\partial\Delta\bar\psi}{\partial x}+\frac{\partial\psi'}{\partial y}\cdot\frac{\partial\Delta\psi'}{\partial x}-\frac{\partial\bar\psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial\Delta\psi'}{\partial y}-\frac{\partial\psi'}{\partial x}\cdot\frac{\partial\Delta\bar\psi}{\partial y}-$$
$$-\frac{\partial\psi'}{\partial x}\cdot\frac{\partial\Delta\psi'}{\partial y}=\nu\Delta\Delta\psi'. \tag{3}$$

Пуласационная составляющая ψ' зависит от продольной координаты x двояким образом: локально и глобально. Причем зависимость от локальной координаты намного сильнее, чем от глобальной. Поэтому в уравнении (3) x будем понимать как локальную координату. Из

аналогичных соображений в уравнении (2) производными по x можно пренебречь по сравнению с производными по y. Следуя работе [6], будем искать автомодельное решение системы (2)-(3) в виде

$$\bar\Psi=U_\infty f(x)F(\eta),\ \psi'=U_\infty h(x)Q(\xi,\eta,\tau),\ \xi=x/f(x),\eta=y/f(x),$$
$$\tau=tU_\infty h(x)/f(x)^2,\ \left\langle\frac{\partial\psi'}{\partial y}\cdot\frac{\partial\Delta\psi'}{\partial x}-\frac{\partial\psi'}{\partial x}\cdot\frac{\partial\Delta\psi'}{\partial y}\right\rangle=\frac{U_\infty^2}{f^4}h^2S'(\eta).$$

Можно показать, что

$$f=\left(\frac{2\nu x}{U_\infty}\right)^{1/2},\quad h=\left(\frac{2\nu^3x}{U_\infty^3}\right)^{1/4}. \tag{4}$$

Подставляя это в (2) и (3), получим

$$-FF''+S=F''',$$
$$\frac{\partial Q}{\partial\tau}+\frac{\partial Q}{\partial\eta}\frac{\partial\Delta Q}{\partial\xi}-\frac{\partial Q}{\partial\xi}\cdot\frac{\partial\Delta Q}{\partial\eta}+Re\left[F'\frac{\partial\Delta Q}{\partial\xi}-F'''\frac{\partial Q}{\partial\xi}\right]=\frac{1}{Re}\Delta\Delta Q. \tag{5}$$

Здесь "медленная" зависимость от x входит через $Re=(U_\infty x\cdot 2/\nu)^{1/4}$. Будем рассматривать поле скорости как однородный случайный поток структур одинаковой формы, расположенных случайным образом вдоль ξ. Решение типа гауссова случайного потока для системы (5) невозможно из-за нелинейности. В [4] показано, что наиболее адекватным в случае нелинейных систем является пуассоновский процесс. Также предложено функциональное разложение типа Вольтерра-Винера с пуассоновской базисной функцией. Ограничиваясь первым членом ряда Пуассона-Винера, имеем

$$Q(\xi,\eta,\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}H(\xi-c\tau-z,\eta)[\Phi(z)-\gamma]dz,$$

где $\Phi(z)$ - случайная функция плотности (см. [4],[5]), а $\gamma\equiv\langle f(z)\rangle$. Система (5) принимает вид

$$-FF''-\gamma\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial H}{\partial z}\Delta H dz=F''',$$
$$\left[ReF'-c+\frac{\partial H}{\partial\eta}\right]\frac{\partial\Delta H}{\partial z}-\left[ReF'''+\frac{\partial\Delta H}{\partial\eta}\right]\frac{\partial H}{\partial z}=\frac{1}{Re}\Delta\Delta H. \tag{6}$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned}&H',H=0 \quad \text{при}\quad z,\eta\to\pm\infty,\quad F'=1\quad\text{при}\quad \eta\to\infty,\\ &F'=0\quad\text{при}\quad \eta\to-\infty,\quad F=0\quad\text{при}\quad \eta=0.\end{aligned} \tag{7}$$

Основной особенностью граничной задачи (6), (7) оказывается то, что она является задачей на бифуркацию, т.е. всегда присутствует тривиальное решение $H\equiv 0$. Для решения этой задачи применяется метод, описанный в [3], и, действительно, была обнаружена бифуркация и появление стохастического решения. На рис. 2 показано Рейнольдсово напряжение, порожденное стохастическими пульсациями. На рис. 3 показана форма одиночной когерентной структуры.

I. Вощиш А.Д., Колесников Ю.Б., Лиелаусис О.А., Платниек И.А. Двухмерная турбулентность в МГД-экспериментах.-В сб.: Модели в механике сплошной среды, ИТПМ СО АН СССР, Новосибирск, 1979.

2. Брановер Г.Г., Цинобер А.Б. Магнитная гидродинамика несжимаемых сред, Наука, М., 1970.

3. Христов Х.И., Нартов В.П. Бифуркация и появление стохастического решения в одной вариационной задаче, связанной с плоским течением Пуазейля.-В сб.: Численное моделирование в динамике жидкости, ИТПМ СО АН СССР, Новосибирск, 1973, с.124-144.

4. Christov C.I., Poisson-Wiener expansion in non-linear stochastic systems, Ann. Univ. Sofia, vol. 75, 1983 (to appear).

5. Christov C.I., A further development of the concept of random density function with application to Volterra-Wiener expansions, Comp. Rend. Bulg. Acad. Sci., vol.37, n°12, 1984, (to appear).

6. Нартов В.П., Христов Х.И. Стохастический режим в течениях с медленным изменением структуры в продольном направлении.- В кн.: Моделирование процессов гидрогазодинамики и энергетики.- Новосибирск: Изд. ИТПМ СО АН СССР, 1985.

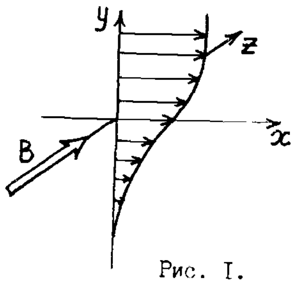

Рис. I.

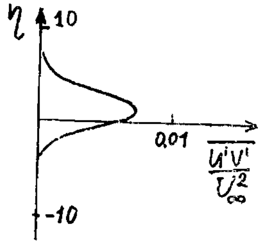

Рис. 2.

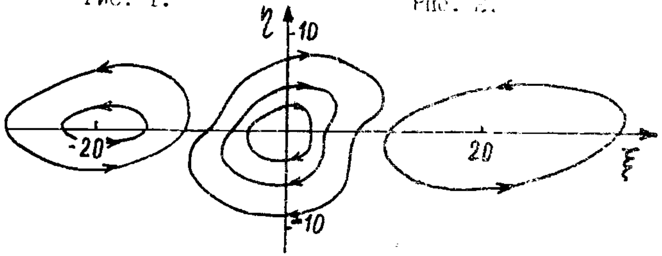

Рис. 3.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯВЛЕНИЙ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ВЯЗКОСТИ В НЕОДНОРОДНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Н.Н. Яненко, А.Ф. Курбацкий, Б.Ю. Скобелев

Явление отрицательной турбулентной вязкости в свободной турбулентной конвекции

Физико-математическое моделирование турбулентных конвективных движений в слое воды в условиях неустойчивой термической стратификации осуществлено с помощью замкнутой системы уравнений турбулентного переноса импульса и тепла (I), включающей дифференциальные уравнения для определения моментов третьего порядка (процессов турбулентной диффузии); см. также [I,2]. Отличительная особенность системы (I) от, например, модели турбулентного переноса [I], - в аппроксимациях релаксационного типа для корреляций третьего порядка с пульсациями давления, обладающих свойством необратимого затухания. В лабораторных опытах [3] турбулентные конвективные движения в слое воды возникали исключительно за счет плавучести. Источником термической конвекции в этих опытах служил постоянный поток тепла $q_0 \equiv \langle \theta w \rangle_0$